EUCLIDES

MAANDBLAD
VOOR DE DIDACTIEK VAN DE EXACTE VAKKEN

ORGAAN VAN
DE VERENIGINGEN WIMECOS EN LIWENAGEL

MET VASTE MEDEWERKING VAN VELE WISKUNDIGEN
IN BINNEN- EN BUITENLAND

33e JAARGANG
VI - 1 MAART 1958

INHOUD:

P. NOORDHOFF N.V. - GRONINGEN

Het tijdschrift **Euclides** verschijnt in tien afleveringen per jaar. Prijs per jaargang *f* 8,00; voor hen die tevens geabonneerd zijn op het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde is de prijs *f* 6,75.

De leden van *Wimecos* krijgen *Euclides* toegezonden als officieel orgaan van hun vereniging; het abonnementsgeld is begrepen in de contributie (*f* 8,00 per jaar, aan het begin van het verenigingsjaar (1 september t.e.m. 31 augustus) te storten op postrekening 143917 ten name van de Vereniging van Wiskundeleraren te Amsterdam).

De leden van *Liwenagel* krijgen *Euclides* toegezonden voor zover ze de wens daartoe te kennen geven en *f* 5,00 per jaar storten op postrekening 87185 van de Penningmeester van Liwenagel te Amersfoort.

Boeken ter bespreking en aankondiging aan Dr. D. N. van der Neut te Zeist.

Artikelen ter opname aan Dr. Joh. H. Wansink te Arnhem.

Opgaven voor de „kalender" in het volgend nummer binnen drie dagen na het verschijnen van dit nummer in te zenden aan H. W. Lenstra te Groningen.

Aan de schrijvers van artikelen worden gratis 25 afdrukken verstrekt, in het vel gedrukt; voor meer afdrukken overlegge men met de uitgever.

AFSTANDSMEETKUNDE [1])

door

Prof. Dr. J. J. Seidel

§ 1. **Wat is afstandsmeetkunde?** Men kan een definitie geven analoog aan die van projectieve meetkunde, die volgens Klein is de studie van de eigenschappen van figuren in een projectieve ruimte, die invariant zijn bij projectieve transformaties. Daartoe moeten wij eerst nader omschrijven de ruimte waarin, en de transformaties waarmee gewerkt zal worden.

Def. Een *metrische* ruimte is een verzameling van elementen, zeg punten, zodat aan elk tweetal punten p_i en p_j een niet-negatief reëel getal d_{ij}, de afstand der punten, is toegevoegd waarvoor geldt

$$d_{ii} = 0;\; d_{ij} = d_{ji} > 0 \text{ als } p_i \neq p_j;\; d_{ij} + d_{jk} \geqq d_{ik}$$

Def. Twee metrische ruimten heten *congruent*, als er een één-éénduidige afbeelding bestaat van de punten van de ene ruimte op die van de andere ruimte met behoud van afstand.

Het bedrijven van afstandsmeetkunde is nu het herkennen in een wiskundig gegeven van een metrische ruimte, het ontwikkelen van de theorie met metrische methoden, en het beschrijven van eigenschappen door relaties tussen de afstanden.

Voorbeeld van een metrisch bewijs van een projectieve stelling. Een eindige verzameling punten van een projectieve ruimte heeft de eigenschap, dat de rechte door elk tweetal punten nog door een derde punt van de verzameling gaat. Bewering: de verzameling ligt geheel op een rechte.

Deze projectieve stelling werd door L. M. Kelly als volgt bewezen met behulp van een in de ruimte gelegde euclidische metriek. Als het beweerde niet juist is, dan is er een punt P en een rechte door twee andere punten, zodat P tot die rechte een minimale afstand $\neq 0$ heeft. Volgens het gegeven bevat die rechte tenminste

---

[1]) Voordracht, gehouden op 17 augustus 1957 tijdens de Vakantiecursus van het Mathematisch Centrum.

drie punten van de verzameling, en hieronder bevinden zich zeker twee, zeg Q en R, zodat hoek PQR stomp is. Dan is echter de afstand van Q tot PR kleiner dan de afstand van P tot QR, hetgeen een contradictie is.

§ 2. Literatuur.

Afstandsmeetkundige methoden worden gebruikt in de euclidische en niet-euclidische meetkunde (Menger, Blumenthal), in de differentiaalmeetkunde (Menger, Haantjes, Pauc, Busemann), in de abstracte meetkunde (Ellis, Kelly), in de variatierekening (Menger, Busemann, Pauc), in de analyse (Bouligand, Pauc), in de topologie (zie het hierna volgende artikel van J. de Groot).

Boeken: L. M. Blumenthal, Distance Geometry, 1953.
G. Bouligand, Géométrie infinitésimale directe, 1932.
H. Busemann, Geometry of geodesics, 1955.
K. Menger, Géométrie générale, 1954.
C. Pauc, Méthodes directes en géométrie différentielle, 1941.
C. Pauc, Méthode métrique en calcul des variations, 1941.

Nederlandse proefschriften:
R. Nottrot, Fundamental notions in metric curve theory, 1957.
J. Seidel, De congruentie orde van het elliptische vlak, 1948.
E. J. van der Waag, Analyse comparée des notions fondamentales de la géométrie différientielle des courbes, 1952.

In het volgende zullen wij ons beperken tot de bespreking van enige toepassingen in de euclidische meetkunde en in de differentiaalmeetkunde, daarbij ons richtend op enkele facetten van het werk van onze betreurde prof. Haantjes. Van zijn artikelen, die belangrijke resultaten bevatten en door hun methoden een voorbeeld voor verder werk op dit gebied kunnen zijn, noem ik vooral:

J. Haantjes

a) Curvature in abstract metric spaces, Proc. Kon. Akad. Wet. Amsterdam *50* (1947), 496—508.

b) A characteristic local property of geodesics in certain metric spaces, ibid. *54* (1951), 66—73.

c) Directions in metric spaces, torsion, ibid. *58* (1955), 405—411, (met R. Nottrot).
d) Sur la géométrie infinitésimale des espaces métriques, Colloque Louvain 1951, C.B.R.M., 91—97.
e) De stelling van Ptolemeus, Simon Stevin *29* (1951), 25—31.

§ 3. Euclidische meetkunde.

Beschouw in de n-dimensionale-euclidische ruimte k punten $p_1, p_2, \ldots, p_k$. Noem de vectoren

$$\overrightarrow{p_1 p_i} = v_i, \ (i = 2, 3, \ldots, k)$$

en noem α_{ij} de hoek tussen v_i en v_j. Matrixvermenigvuldiging en toepassing van de cosinusregel levert

$$(1) \quad \| v_2 \ldots v_k \|^{T} \cdot \| v_2 \ldots v_k \| = \| \, |v_i| \cdot |v_j| \cdot \cos \alpha_{ij} \| = \| \tfrac{1}{2}(d_{1i}^2 + d_{1j}^2 - d_{ij}^2) \|$$

Neem links en rechts de determinant dan is, als $V(1, 2, \ldots, k)$ het volume van het simplex $p_1 p_2 \ldots p_k$ aanduidt,

$$[k!\, V(1, 2, \ldots, k)]^2 = 2^{1-k} \, | d_{1i}^2 + d_{1j}^2 - d_{ij}^2 | = (-1)^k \, 2^{1-k} \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & d_{1j}^2 \\ 1 & d_{1i}^2 & d_{ij}^2 \end{vmatrix}$$

Dus geldt voor elk k-tal punten

$$(2) \quad (-1)^k \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & d_{ij}^2 \end{vmatrix} \geqq 0; \ i, j = 1, \ldots, k.$$

Het gelijkteken geldt dan en slechts dan als de punten afhankelijk zijn. Omgekeerd kan men bewijzen, dat een metrische ruimte van N punten, voor elk k-tal waarvan (2) geldt, congruent is met een deelverzameling van een euclidische ruimte van voldoend hoge dimensie. Eindige euclidische deelverzamelingen zijn dus door (2) gekarakteriseerd (zie Blumenthal 1953).

Voorbeeld. Beschouw de hoekpunten van een euclidische driehoek en het middelpunt van de omgeschreven cirkel. Volgens (1) is de matrix

$\| 2R^2 - d_{ij}^2 \|, \ (i, j = 1, 2, 3)$, positief definiet, dus

$$\sum_{i,j=1}^{3} (2R^2 - d_{ij}^2)\, \lambda_i \lambda_j \geqq 0 \text{ voor reële } \lambda_i.$$

Zijn a, b, c de zijden van de driehoek dan volgt uit deze formule[1]) b.v., door $\lambda_1 = a$, $\lambda_2 = b$, $\lambda_3 = c$ te kiezen, dat $R \geqq 2r$.

[1]) Zie O. Kooi, Inequalities for the triangle, Simon Stevin **32**.

Uit (2), toegepast op vier punten van een euclidische ruimte, ziet men dat de 5×5 matrix

$$\begin{Vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & d_{ij}^2 \end{Vmatrix}; \quad i, j = 1, 2, 3, 4,$$

de signatuur $+ - - - -$ heeft, waaruit volgt dat Det $\| d_{ij}^2 \| \leqq 0$, hetgeen na ontbinding levert

$$d_{12}\, d_{34} + d_{13}\, d_{24} - d_{14}\, d_{23} \geqq 0,$$

de *ongelijkheid van Ptolemaeus* voor vier euclidische punten. Ook de gelijkheid van Ptolemaeus voor vier op een cirkel gelegen punten is met deze methoden eenvoudig te bewijzen (zie Haantjes [*e*]).

§ 4. **Differentiaalmeetkunde.**

Thans wenden wij ons tot de toepassing van afstandsmeetkundige methoden op de differentiaalmeetkunde. Het onderzoek van lokale eigenschappen beperkt zich in de klassieke differentiaalmeetkunde meestal tot krommen, oppervlakken, etc., die met behulp van coördinaten en voldoend vaak differentieerbare functies beschreven kunnen worden. De reden van deze beperking is de mogelijkheid om dan het analytische apparaat te kunnen gebruiken. Menger wees op het kunstmatige van deze methode, vooral van de differentieerbaarheidseisen, en wees de weg naar een zuiver metrische behandeling zonder coördinaten. Men moet dan echter van voren af aan beginnen en in een metrische ruimte M, uitsluitend gebruikmakend van het begrip afstand, zinvolle definities geven voor begrippen als kromme, richting, kromming, torsie etc. Wij zullen een paar van deze definities geven van begrippen die voorkomen in een door Haantjes gevonden stelling, die wij vervolgens zullen bewijzen.

Def. Een *geodeet* is een deelverzameling van M, die het congruente beeld is van een lijnsegment.

Zo is bijvoorbeeld in de meetkunde van het boloppervlak (metriek langs de bol) een stuk van een grote cirkel een geodeet.

Def. Een *boog* is een deelverzameling van M, die het topologische beeld is van een lijnsegment.

Wanneer de punten van het lijnsegment [0, 1] aangegeven worden door een parameter t, dan zijn de punten van de boog aan te duiden door p_t. Laat $\{t\}$ een eindige geordende deelverzameling van het lijnsegment [0, 1] voorstellen.

Def. Een boog heet *rectificeerbaar* als de kleinste bovengrens, genomen over alle $\{t\}$, van de sommen

$$\sum_{t',t''\in\{t\}} d_{t't''},\ (t',t'' \text{ opvolgend}),$$

bestaat. Dit getal heet dan de *lengte* van de boog p_0, p_1.
Bij elk tweetal punten p_i, p_j van een rectificeerbare boog behoren twee getallen, hun afstand d_{ij} en de lengte l_{ij} van de deelboog p_i, p_j.

Def. Een rectificeerbare boog heeft in zijn punt p_0 een *Haantjes-kromming* k, als bij elke $\varepsilon > 0$ een $\delta > 0$ bestaat, zodat voor elk tweetal punten p_i, p_j van de boog, waarvoor $d_{0i} < \delta$ en $d_{0j} < \delta$ is, geldt dat

$$\left| 4!\left(\frac{l_{ij} - d_{ij}}{l_{ij}^3}\right) - k^2 \right| < \varepsilon.$$

7. Het is duidelijk dat een geodeet een rectificeerbare boog is, waarvoor de Haantjeskromming in elk punt nul is. Haantjes [*b*] bewees omgekeerd:

Stelling: In een metrische ruimte waar de ongelijkheid van Ptolemaeus geldt is een rectificeerbare boog, waarvoor de Haantjeskromming in elk punt nul is, een geodeet.

Bewijs: Wegens de compactheid van de boog heeft het overal nul zijn van de Haantjeskromming tot gevolg, dat er bij elke $\varepsilon > 0$ een δ is zodat voor $l_{ij} < \delta$ geldt $d_{ij} > l_{ij} - \varepsilon l_{ij}^3$.
Verdeel de boog door deelpunten p_k in n stukken met gelijke booglengte $\lambda < \frac{1}{2}\delta$, dan blijft te bewijzen dat

$$k\lambda - d_{0k} = a_k = 0 \quad (k = 1, \ldots, n).$$

Uit de ongelijkheid van Ptolemaeus voor $p_0, p_{k-1}, p_k, p_{k+1}$:
$d_{0,k+1}\, d_{k-1,k} + d_{0,k-1}\, d_{k,k+1} \geqq d_{0,k}\, d_{k-1,k+1}$ volgt

$$[(k+1)\lambda - a_{k+1} + (k-1)\lambda - a_{k-1}]\lambda > (k\lambda - a_k)(2\lambda - 8\varepsilon\lambda^3)$$

$$(a_{k+1} - a_k) - (a_k - a_{k-1}) < 8\varepsilon k\lambda^3,$$

hetgeen leidt tot

$$a_k \leqq C\, \varepsilon k^3\lambda^3 \leqq D\varepsilon$$

waaruit volgt

$$a_k = 0.$$

KLINOGRAFISCHE PROJECTIE OF SCHEVE?

door

P. Wijdenes

Op blz. 158 van „Euclides” jg. 30, 1954/55 vindt men in het ontwerp Leerplan onder beschrijvende meetkunde:
„Daarom wordt voorgesteld de beschrijvende meetkunde terug te brengen tot een nadrukkelijk te vermelden onderdeel van de stereometrie, nl. de beginselen van de scheve projectie en de toepassingen te beperken tot prisma's en piramiden.” (zie ook blz. 175 onder *c*)

Op blz. 174 in het voorgestelde programma voor de bovenbouw staat onder stereometrie:
„De leerlingen moeten van prisma's en piramiden de scheve projectie kunnen construeren, als van deze de orthogonale projectie op het grondvlak en de hoogte gegeven zijn, benevens de richting van de projecterende lijnen.”

De zaak zit zo (ik heb enige ervaring): men tekent bij elke methode alleen op het grondvlak, wat nodig is voor de opbouw; meer niet. Zie verder in jg. 29 van Euclides het artikel onder de titel „Construeer” de fig. 18, 19, 20, 21 en 23. Als men eén piramide of een prisma wil afbeelden volgens een of andere methode (centrale projectie, perspectief, scheve projectie, axonometrie of klinografische projectie), dan tekent men in geen geval de orthogonale projectie op het grondvlak.[1])

Op blz. 175 vindt men in het ontwerp eindexamen voor wiskunde onder punt 5c: *„de stereometrie, waarin opgenomen de methode van de scheve projectie”*. De beschrijvende meetkunde van Monge niet meer. We kijken naar blz. 158:

„Enerzijds is het vak ontaard in een tijdrovende techniek, waarvan de waarde gering is; anderzijds betekent de traditionele Monge-projectie een ongewenste beperking.”

---

[1]) In het programma is alleen sprake van prisma's en piramiden; geen prismoide, geen cilinder, geen kegel, geen bol, zoals tot heden in alle eindexamenopgaven van H.B.S. en Gymnasium. Geen raakvlakken aan een bol, aan een kegel, aan een cilinder? Is het, omdat prisma's en piramiden zoveel voorkomen buiten het onderwijs? Of, waarde lezer, is het zo: dat ze daar *niet* voorkomen, *dus* bijzonder verzorgde leer*stof* zijn voor de middelbare school?

Dat „traditioneel" heeft iets laatdunkends. Het is toch niet de schuld van de projectie van Monge, dat die door het eindexamen overdekt werd met woekeringen en wratten?

Het slot van *d* luidt (blz. 158, regel 3 v.o.): *„Hierdoor wordt naar het oordeel van de commissie een meer waardevolle bijdrage geleverd tot wiskundige vorming dan door de gangbare constructies in Monge-projectie, waarbij grillige standen zo gemakkelijk tot technische complicaties en tijdverlies leiden."*
Daarom de Monge-projectie afschaffen? Omdat men er een karikatuur van gemaakt heeft door middel van de eindexamens? Zoals vroeger in de algebra van de onbepaalde vergelijkingen, ineengestrengeld met reeksen, van de samengestelde intrest en zoals men al een 30 jaar bezig is de logaritmen tot in het waanzinnige te verzieken?
Dat er door de scheve projectie van prisma's en piramiden een meer waardevolle vorming wordt verkregen dan door een zuivere (niet misvormde) Monge-*projectie* daar is geen sprake van; het tegendeel is waar: het is een verarming in elk mogelijk opzicht.

We komen nu tot de titel van dit artikel en zetten dus beide methoden naast elkaar.

Men vindt onder *d* op blz. 158:
„Het is noodzakelijk stil te staan bij de problemen, die het afbeelden van driedimensionale figuren op een plat vlak meebrengt."
Het woord „problemen" heeft in een zin als deze, ook algemeen, de betekenis van „moeilijkheden", meestal ernstige moeilijkheden. Hier geheel misplaatst, de theorie van de scheve projectie is in een paar lessen bij te brengen, die van de klinografische in één; beide tijden ruim genomen.

Eerst over **de scheve projectie.**

Evenals in de Monge-projectie nemen we twee onderling loodrechte vlakken H en V; H is horizontaal, V is vertikaal; V is het tafereel; dat is: V is het vlak, waarop men projecteert.

Bij de scheve projectie zijn de projecterende lijnen onderling wel evenwijdig, maar ze staan niet loodrecht op het tafereel; vandaar de naam: scheve projectie.

De projectierichting l leggen we vast door de horizontale projectie l' en de vertikale projectie l'' van l.

Zie fig. 1. Het *vertikale doorgangspunt* van een lijn l door A heet de scheve projectie A_s van A; A in het vlak H. Zie op fig. 2 de scheve projecties van A, B en D, op rij af A_s, B_s en D_s. Op fig. 2 is het horizontale vlak H om de as in het vertikale vlak neergeslagen; over

een hoek van 90°. Zouden we alle punten van een figuur op deze manier in scheve projectie brengen, dan zou de tekening al spoedig overladen zijn met constructielijnen. Het kan eenvoudiger.

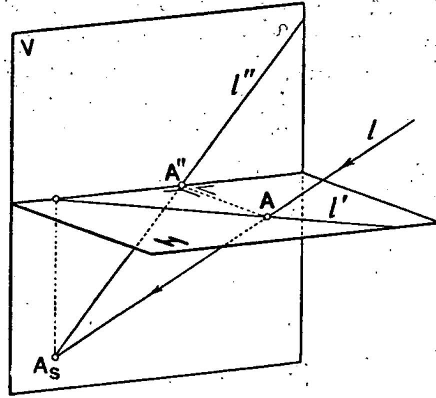


Fig. 1

Verbinden we A_s met A, B_s met B, dan ontstaan de homothetische driehoeken AA''A_s, BB''B_s. We zien ook, dat men van een punt D, gelegen boven het horizontale vlak, de scheve projectie kan krijgen, door eerst van de horizontale projectie D' de scheve projectie D'_s te bepalen en hierboven de ware hoogte van D uit te zetten; in scheve projectie blijft de hoogte gelijk.

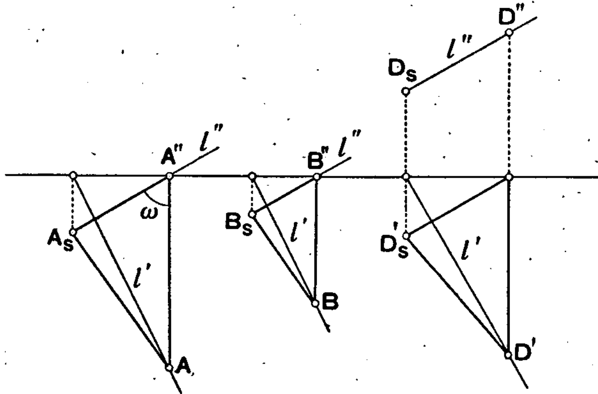


Fig. 2

△ AA''A_s heet de *projectiedriehoek*, ∠ A'' hiervan de *wijkhoek* ω. Deze wordt meestal zo aangenomen, dat men hem gemakkelijk met de tekendriehoeken kan construeren. De verhouding A_sA'' : AA'' heet de *verkortingsverhouding* k. Voor k kan men nemen $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$,

$\frac{1}{2}\sqrt{2}$, maar ook $k \geqq 1$; dan wel geen verkorting, maar de naam houden we zo. Door de wijkhoek en de verkortingsverhouding is de projectie-richting bepaald.

Geheel afhankelijk van de stand, waarin men een vlakke figuur of een lichaam op zijn gunstigst hoopt te zien, kieze men de projectie-richting.

Op fig. 3 is de scheve projectie getekend van een regelmatig viervlak ABCD met het symmetrievlak CDE in het tafereel; CEA is een halve gelijkzijdige driehoek; de scheve projectie van A is A_s;

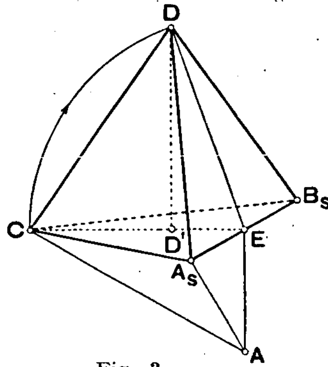
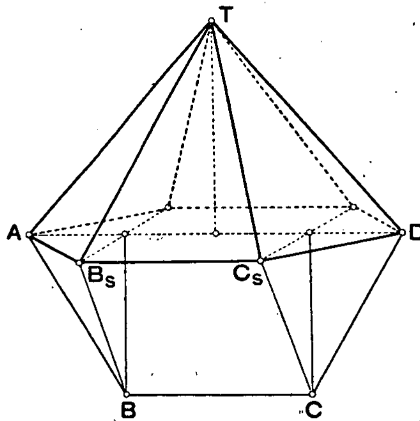


Fig. 3

$\angle$ E van $\triangle AEA_s$ is de wijkhoek; hier 60°. CD' : D'E = 2 : 1; trek A_sC; A_sE verdubbelen; in D' de loodlijn; ED = EC maken en D verbinden met A_s, B_s en C. Dit is een zuivere scheve projectie en niet „zo maar wat".

Fig. 4 laat de scheve projectie zien van een regelmatige zeszijdige



60°; $\approx \frac{1}{3}$

Fig. 4

piramide met het symmetrievlak TAD in het tafereel; ABCD is een halve regelmatige zeshoek in het horizontale vlak, gedraaid in het vertikale vlak; hierin ligt in ware grootte $\triangle$ TAD.

Op blz. 136 jg. 32, nr. 8, van Euclides vinden we dit vraagstuk onder de opgaven van de commissie:

Gegeven is de kubus ABCD—EFGH; AB $= p$.

a) *Bewijs, dat de vlakken* DBF *en* ACH *loodrecht op elkaar staan,*

b) *Construeer de projecties van* EF *op de vlakken* DBF *en* ACH.

En nog een c en d met berekeningen.

Aanwijzing: neem AB = 8 cm; (3, 8, 0) $\rightarrow$ (0, 0, — 2).

Zie fig. 5. De manier, om de plaats van A aan te wijzen door coördinaten x, y en z is zeer ongewoon; was zij beter dan de gewone wijze door wijkhoek en verhouding, dan zouden we daartoe gaarne overgaan. Beter in genen dele. De reden lijkt me te liggen in het artikel van de heer Wansink in jg. 32 blz. 125, waar gebruik wordt gemaakt van ruitjes. Wat die kwadratische liniëring betreft, die is volslagen overbodig, onnut en lastig; voor geen enkel doel dienstig.

Fig. 5 Schaal 1 : 2

Zie fig. 5; $\omega \approx 60°$, verhouding $\approx 9/20$; in plaats van die coördinaten en ruitjes is het toch beter in de opgave te zetten b.v. 60°; $\frac{1}{2}$. Waarom iets, dat eenvoudig is, moeilijk maken?

Zie in het genoemde artikel in Euclides blz. 127 v.v. fig. 3 ($\text{tg}\,\omega = 2$, $k = \frac{1}{4}\sqrt{5}$), fig. 4 ($\omega = 45°$, $k = \frac{1}{2}\sqrt{2}$), fig. 5 ($\omega = 60°$, $k = \frac{1}{2}$), fig. 9 ($\text{tg}\,\omega = 3$, $k = \frac{1}{6}\sqrt{10}$), ook fig. 9, 10, 11. De wijkhoek en de verkorting van fig. 4 en 5 van het artikel zijn de gebruikelijke. Coördinaten zijn volstrekt onnodig.

We hebben dan op fig. 5 het punt A bepaald; daarna de vierkanten ABFE en DCGH getekend en de vier schuine ribben. De rest is stereometrie; het is hier om de figuur te doen.

Hieronder nog een paar figuren in scheve projectie met de nodige hulplijnen.

Zie fig. 6; zoals gebruikelijk, de projectiedriehoek apart; zie links. De regelmatige vijfhoek is $A_nB_nC_nD_nE_n$; B_n heeft als scheve pro-

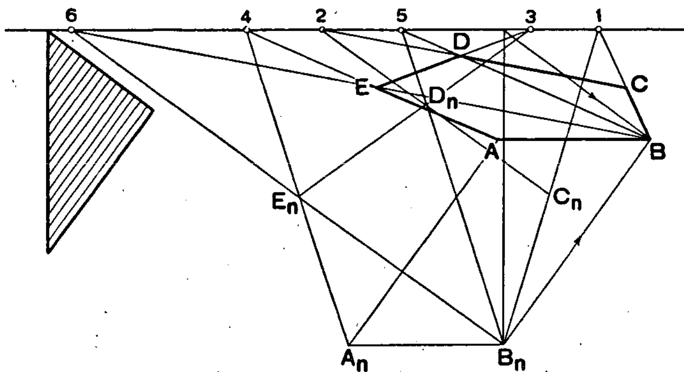


Fig. 6

jectie B; B_nA_n//as, dus BA $\#$ B_nA_n; verder kunnen we het redden met de projecties van lijnen ter bepaling van C, D en E.

Fig. 7 geeft een prismoide; constructielijnen en projectie door elkaar heen, een gewoon bezwaar van de scheve projectie. Eenvoudig te construeren; iet of wat scheef, zoals men het nooit kan zien. **Hiermee is voor het M.O. de hele scheve projectie af.**

Van „problemen" gesproken!

De klinografische projectie.

$\triangle$ ABC van fig. 8 is een horizontaal vlak; ABD is het vlak, dat er een hoek α mee maakt; AB noemen we de as.

Elk punt, waar ook gelegen, in of boven het grondvlak, projecteert men loodrecht op het hellende vlak, op het tafereel; zie P en P', Q en Q'. Trek PS loodrecht op de as; ook SP'Q'; $SP' = a \cos \alpha$; $P'Q' = h \sin \alpha$.

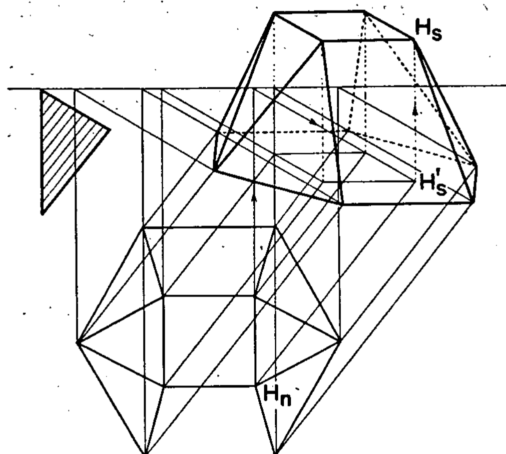


Fig. 7

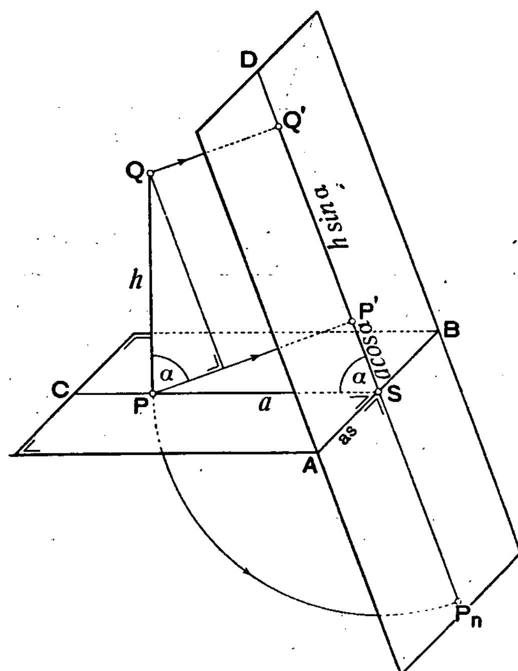


Fig. 8

Nu moeten we dit voorstellen in een vlakke figuur. Sla daartoe het grondvlak om in het verlengde van het tafereel; zie dit op fig. 9; P is gegeven.

1) PS ⊥ de as en doortrekken; PS = a; 2) α uitzetten;
3) PB ⊥ BS; nu is SB = $a \cos \alpha$; 4) de cirkel (S, $a \cos \alpha$) geeft P' op het verlengde van PS.

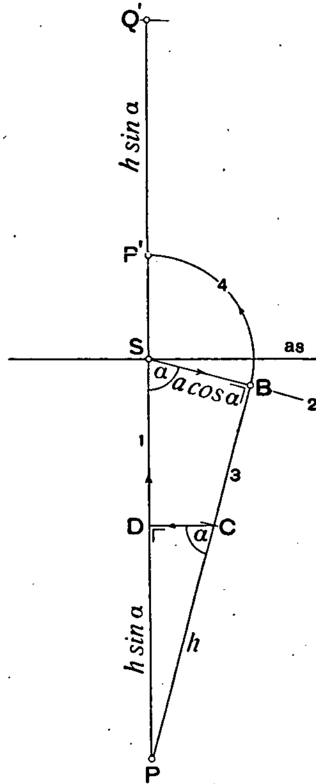


Fig. 9

In P staat PQ = h (fig. 8) loodrecht op het grondvlak; de projectie is $h \sin \alpha$; zie op fig. 9 op de lijn 3, PC = h; PD = $h \sin \alpha$; zet PD boven P' uit; zie Q'.

Verder nemen we een lijn m in het horizontale vlak; zie fig. 10; m snijdt de as in A; is P' de projectie van P op het tafereel, dan is m' de projectie van m; m en m' snijden elkaar op de as; zie ook fig. 6 en fig. 12. Dat men hiervan een dankbaar gebruik maakt bij het projecteren van een vlakke figuur is duidelijk.

Hiermee is voor het M.O. de hele theorie van de klinografische projectie af.

Bij de scheve projectie en de klinografische projectie (dit is een loodrechte projectie) maakt men natuurlijk gebruik van wat de stereometrie ons leert:

1) Is $l//$tafereel, dan is $l'//l$.
2) Evenwijdige lijnen hebben evenwijdige projecties.
3) De as van projectie is de collineatie-as van de grondfiguur en de projectie.
4) Als een lijnstuk verdeeld is in reden van a en b, dan ook de projectie.

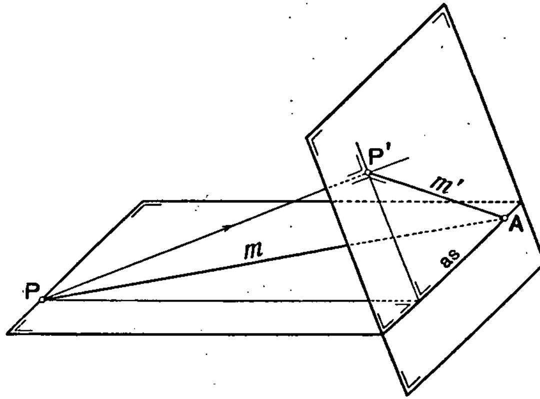


Fig. 10

We geven nog enige figuren, die gemaakt zijn in klinografische projectie.

Dezelfde figuren 5, 6 en 7 zien we hieronder als 11, 12 en 13 in klinografische projectie; de kubus is in beide projecties zeer simpel. Om een kubus te tekenen, heeft men helemaal geen projectiemethode nodig. Men tekent fig. 5 en fig. 11 zonder dat men enig besef hoeft te hebben van het feit, dat men de tekeningen ook wiskundig zuiver kan construeren. De commissie eist een projectiemethode voor stereometrische figuren. Immers het voorstel is om „Monge" af te voeren en daarvoor in de plaats de scheve projectie te nemen.

Fig. 12 geeft de regelmatige vijfhoek in dezelfde stand als op fig. 6; ik geef de voorkeur aan fig. 12 boven fig. 6; die fig. 6 is vol en scheef; dat hoort nu eenmaal bij de methode; fig. 12 is eenvoudiger.

Zie ook fig. 13, die dezelfde prismoide geeft als fig. 7.

Ten overvloede geven we fig. 14a en 14b: een cirkel in beide projecties. De constructie is op beide even eenvoudig; fig. 14a is een ellips op toegevoegde middellijnen, fig. 14b op zijn assen. Welke voordelen dit biedt, weet ieder, die te maken heeft met ellipsen;

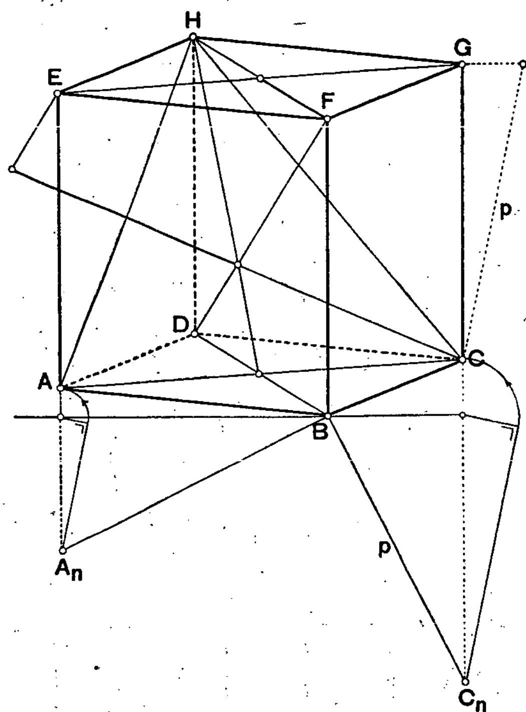


Fig. 11

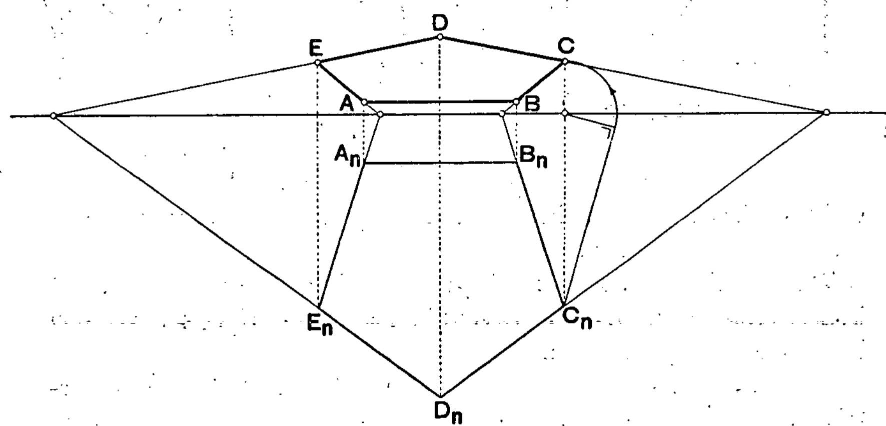


Fig. 12

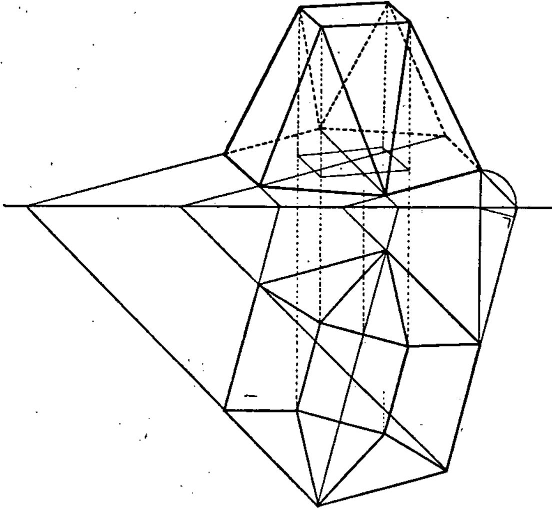


Fig. 13

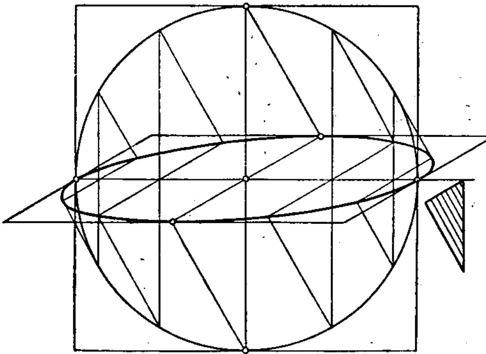


Fig. 14a

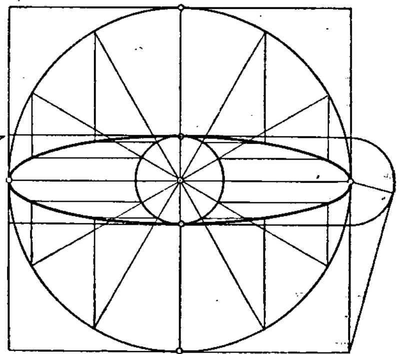


Fig. 14b

gelijk de leerlingen van het V.H.M.O. bij mogelijke invoering van een nieuw programma.

Wat de theorie betreft: scheve projectie of klinografische, dat is, zoals reeds gezegd, om het even; beide zijn eenvoudig; ze vormen helemaal geen problemen.

Zie ook voor een korte duidelijke behandeling L u c i e e r Stereometrie (11de druk van Molenbroek-Wijdenes) blz. 133—137 met 13 figuren voor de scheve projectie, blz. 138—140 met 6 figuren over de klinografische projectie.

De uitwerking van de scheve projectie geeft de grondfiguur en de projectie met de constructielijnen door elkaar heen; wat een groot bezwaar is. Bovendien is het niet mogelijk vooraf de grondfiguur zodanige stand te geven, dat er in de projectie geen lijnen heel dicht bij elkaar komen of zelfs samenvallen.

Grondfiguur in 15a (scheve projectie) en 15b (klinografische projectie) zijn gelijk geplaatst; 15a is een verwrongen figuur, 15b is, zoals men hem ziet.

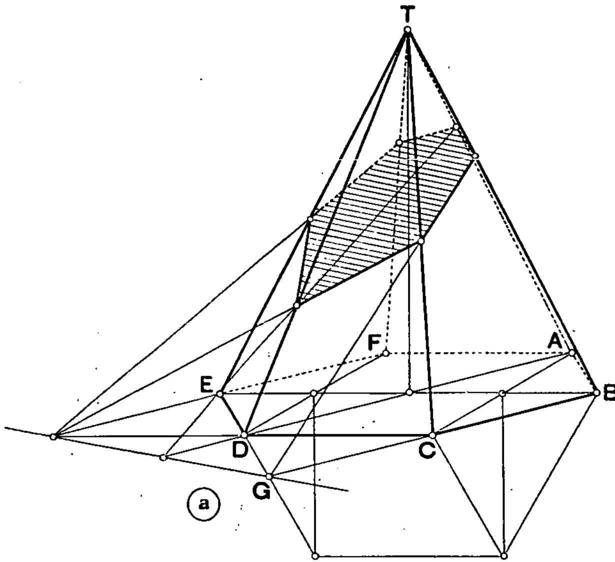


Fig. 15a

Op blz. 133 van afl. IV jg. 32 staat bovenaan terecht:
Als men op papier wil tekenen zonder kwadratische liniëring, neme men voor wijkhoek en verkorting 60° *en* $\frac{1}{2}$.

Daaraan is voldaan op fig. 15a; als afbeelding niet zo goed als 15b. Het kost heel wat zorg vooraf en proberen om te voorkomen, dat TA en TB in scheve projectie niet of bijna niet samenvallen. Daaraan hebben we wat moeite besteed; het gevolg is fig. 15c; scheve projectie (60°; $\approx$ 2/5).
Dergelijke mislukkingen zijn bij de scheve projectie schering en inslag; als voorbeeld zie fig. 19a; vooral die PQ; 19a is gemaakt, zoals is aangegeven. Mislukkingen komen niet voor bij de klinografische projectie; men kan de grondfiguur direct zo zetten, zonder enige moeite, dat geen projecties van lijnen elkaar bedekken.

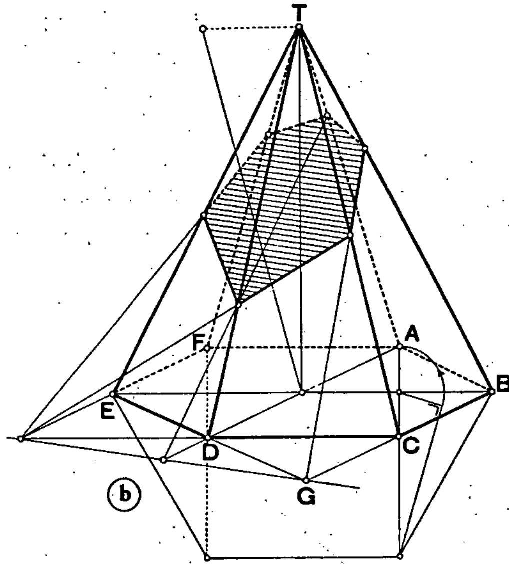


Fig. 15b

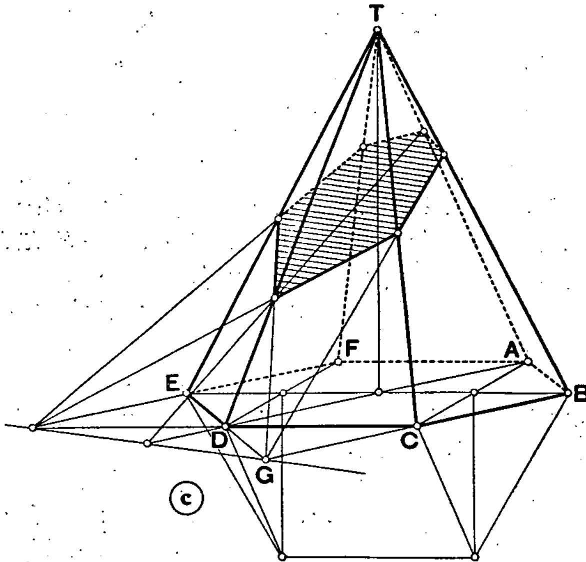


Fig. 15c

Laat ik nog even iets zeggen over de scheve projectie voor hen, die er nooit iets aan deden. Figuren in scheve projectie kan men zich het best voorstellen als schaduwen; men projecteert met zijwaarts gerichte evenwijdige lijnen. Een schaduw; wel, die geeft altijd een verwrongen beeld; zie maar op een zomerse dag de schaduw van een fiets, van een auto, van een huis, van een verkeersbord, wat je maar wilt. Maar bij de schaduw zie je dan ook het voorwerp nog; op figuren in scheve projectie zie je het voorwerp niet.

De axonometrie en dus de sterk vereenvoudigde axonometrie, de klinografische projectie, geeft het normale beeld. Zet achter een glasplaat b.v. een sigarenkistje; de glasplaat helt achterover onder een hoek van ongeveer 75° met het horizontale vlak. Zien we naar het voorwerp, dan krijgt men een beeld, dat zeer nabij het beeld ligt, dat ontstaat, als men uit het voorwerp loodlijnen op de glasplaat zou trekken. Men ziet, probeer maar met een dik boek, met een doos, drie parallelogrammen en niet, zoals de scheve projectie veelal eist, een rechthoek van voren, een parallelogram rechts en boven (zie jg. 32, blz. 130, fig. 8). Als men immers een rechthoek ziet, dan is er van de zijvlakken niets te zien; het bovenvlak wordt dan ook een rechthoek.

Een simpele figuur als fig. 5 kan er nog mee door, als men daarvan de scheve projectie tekent. Men hoeft slechts één vierkant te tekenen met twee parallelogrammen. Ook kan men wel een piramide tekenen en erbij zetten, dat het b.v. een regelmatige zeszijdige piramide voorstelt.

Is het niet juist om dit gepruts tegen te gaan, dat de commissie een projectiemethode heeft voorgesteld nl. de scheve projectie? Dit artikel heeft de bedoeling te wijzen op een betere methode, die eenvoudiger is en figuren geeft, zoals men die voor zich ziet.

Zoals gezegd, fig. 5 kan er mee door; als men er verder maar niet teveel bij haalt. Op het eindexamen gebeurt dat wel; daar zijn ze lang niet zo simpel.

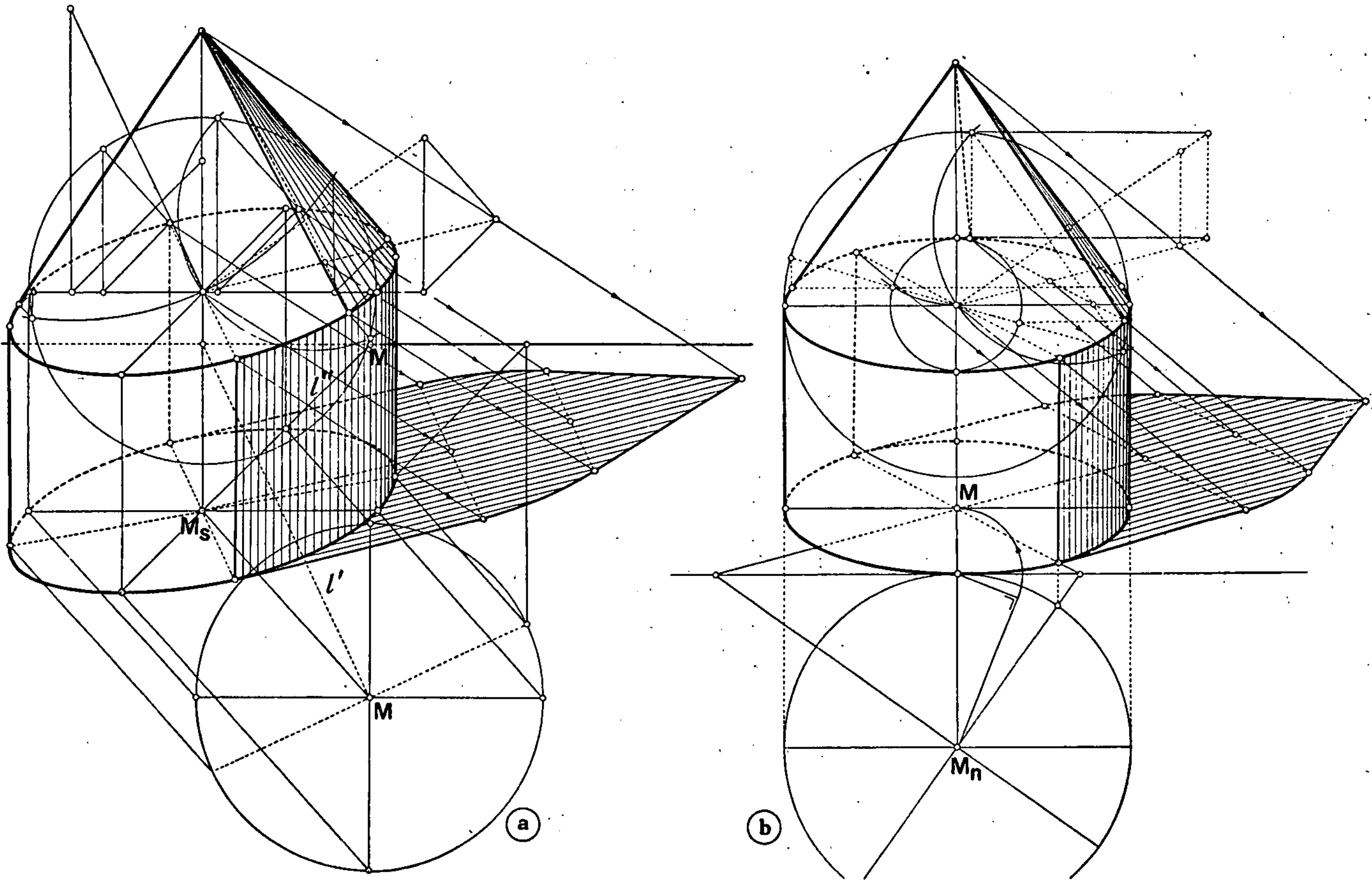


Fig. 16

Op fig. 16a zien we in scheve projectie een rechte cirkelcilinder met daarop een rechte cirkelkegel, verlicht door evenwijdige lichtstralen.

Fig. 16b geeft dezelfde lichamen in klinografische projectie. Vergelijken we beide figuren, dan valt ons onmiddellijk op, dat op 16a de horizontale cirkels ellipsen zijn op toegevoegde middellijnen.

Op fig. 16b (de middellijn evenwijdig aan het tafereel en de toegevoegde er loodrecht op) zien we duidelijk de stand van grond- en bovenvlak van de cilinder. Het construeren van de schijnbare omtrekken van cilinder en kegel op fig. 16a eist weer zoveel moeilijkheden.

Hoeveel rustiger doet niet fig. 16b aan. We staan er recht voor; de tekening geeft ons de indruk van werkelijkheid. En wat de constructie betreft: ellipsen op assen; het gegeven (de onderste cirkel) geheel buiten de eindfiguur; weinig constructielijnen.

En lezer . . . kijk eens in de keuken, waar een pan op het fornuis staat; ziet U dan de cilinder van fig. 16a of die van fig. 16b? Moet de school weer iets leren, zoals het net niet buiten de school bestaat? En als U in de stereometrieles een kegel vertoont, zien de leerlingen dan dat misvormde ding van 16a of de normale kegel van 16b?

Wie van U heeft ooit bij het lesgeven op het bord een cilinder en een kegel geschetst als van fig. 16a? In welk schoolboek over stereometrie ziet men een kegel en een cilinder afgebeeld als op fig. 16a?

Maar onder 10*c* op blz. 175 van jg. 30 staat voor het eindexamen, dàt bij de stereometrie de scheve parallelprojectie wordt geëist!

Men werpt mij tegen, dat een figuur als 16 op de H.B.S. niet gevraagd wordt; 16a kan men in geen geval vergen; 16b wel; zeker, als de analytische meetkunde wordt opgenomen, tenzij men daar alleen gaat rekenen en niet tekenen. De constructie van een ellips op zijn assen zal men toch wel leren, meen ik; 16b kan men dus vragen.

Maar bovendien: er zijn toch jongelui, die naar de hogere technische school gaan of naar de technische hogeschool. Zal de H.B.S. hen iets meegeven, dat goed, eenvoudig en gemakkelijk is of iets, dat reeds spoedig leidt tot lastige constructies, die een misvormd beeld geven?

Om nu maar niet te spreken over een bol in scheve projectie, zoals op fig. 17a. Men moet al heel wat figuren in scheve projectie getekend hebben, doorkneed zijn in de meetkunde van de ellips en een geoefend tekenaar zijn om fig. 16a en 17a te kunnen maken. En als men aan die voorwaarden voldoet, dan nog heeft men een paar uur werk om fig. 16a en fig. 17a af te krijgen. En waarvoor?

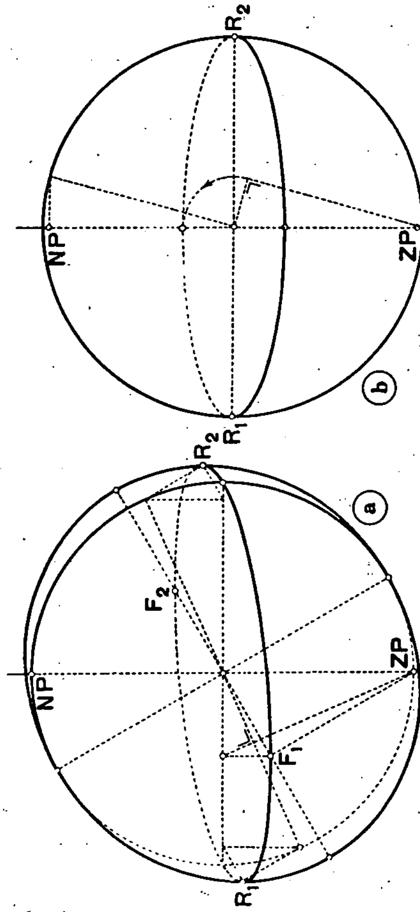


Fig. 17

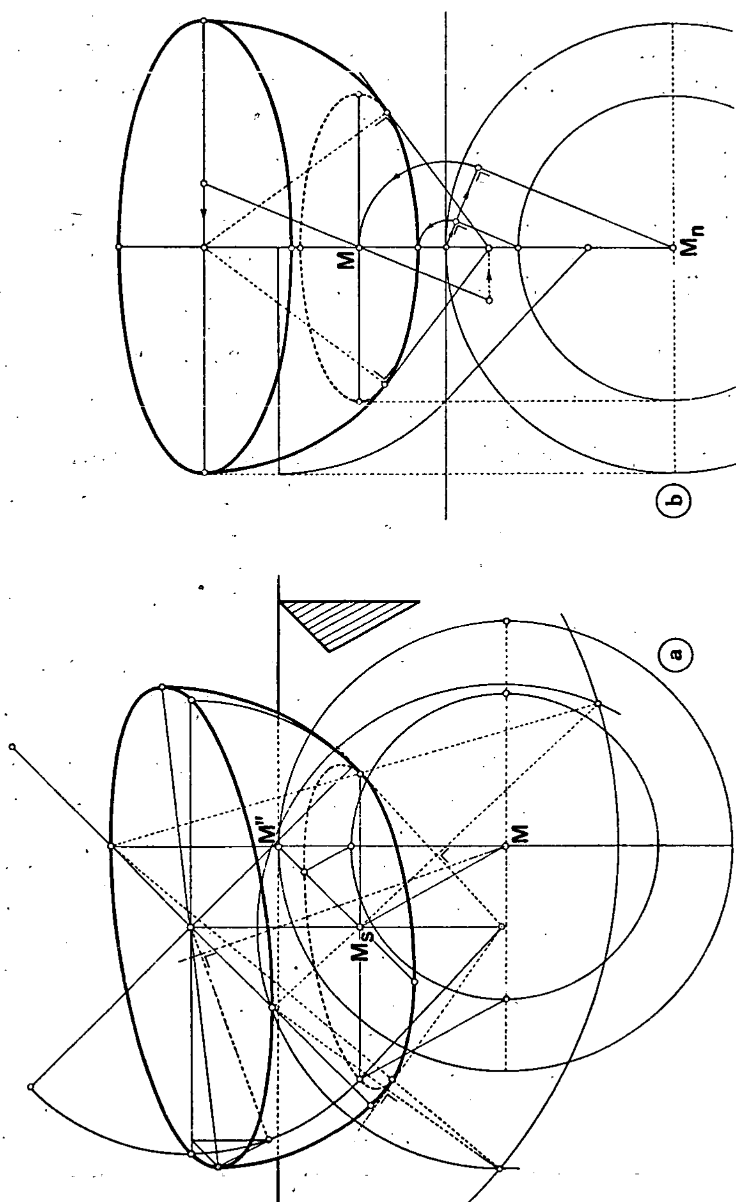


Fig. 18

Zie naar fig. 17b in klinografische projectie een cirkel en een ellips op zijn assen. Hoe ziet men een voetbal, een globe? Toch zeker als 17b en niet als 17a! Men werpe mij weer niet tegen: „de bol tekenen komt niet voor op de H.B.S.; zie maar: enkel piramiden en prisma's; dus onnodig ons te wijzen op de nadelen van fig. 17a".

Maar als de leerlingen op school niets anders geleerd hebben dan de scheve projectie en ze moeten later wat tekenen in de praktijk, dan lopen ze hopeloos vast.

Een figuur als 17b kan men op de H.B.S. best behandelen; nauwelijks nodig; ze doen het zelf wel. Men kan b.v. de omgeschreven bol van een viervlak, van een regelmatig veelvlak construeren, van een balk, van een prisma, enz.; opgaven daarover bij het eindexamen H.B.S. en Gymnasium bij de vleet.

Zie in de atlas een afbeelding van de aarde, in de boeken voor cosmografie; scheve projectie? 't Mocht wat; in geen geval.

Zie fig. 18a: de scheve projectie van een kommetje in de vorm van een holle bolschijf en rechts daarvan fig. 18b in klinografische projectie. Goed? Ja, kijk maar, als er zo iets bij het eten op tafel staat. En waarom dan toch zouden we iets scheef, misvormd, tekenen met heel veel moeite, terwijl er een eenvoudige methode bestaat om wat men ziet, getrouw in beeld te brengen?

Hier in fig. 18a en 18b spreekt het verschil in resultaat tussen de beide projectiemethoden wel heel sterk.

Weinig constructielijnen op 18b, helder en overzichtelijk in klinografische projectie.

Fig. 18a vol door veel constructielijnen; niet eenvoudig; natuurlijk de storende werking van de platte grond, dwars door de hoofdfiguur. De constructies van de merkwaardige punten: de raakpunten van bovenrand en bodem aan de schijnbare omtrek van de bol zijn zo eenvoudig mogelijk uitgevoerd, d.w.z. met zo weinig mogelijk lijnen. Toch zijn er op fig. 18a nog heel wat meer dan op 18b. Op de H.B.S. kan men, zo men wil, 18b laten maken; 18a is volkomen uitgesloten. Wie van de lezers waagt zich zelf aan 16a, 17a en 18a? Ieder maakt 16b en 17b, 18b met gemak.

Ten slotte het volgende. Ik vlei mij met de hoop, dat althans een deel van de leraren een eenvoudige, mooie, gemakkelijke afbeelding met weinig lijnen verkiest boven een moeilijke projectie met verwrongen figuren, die geen weergave zijn van wat men ziet.

Het voorgaande is geschreven in het najaar van 1955; er was geen haast bij de verschijning; het program zit thans, september 1957, nog in de mist.

Sinds is er een artikel verschenen in Euclides jg. 32, blz. 125 en volgende met de theorie van de scheve projectie van de commissie. Van de theorie zeg ik niets; wel van die ruitjes. Men tekent, bij welke projectie-methode dan ook, altijd met twee driehoeken en nooit en de nimmer, zoals in dat artikel, op ruitjes.

Wat er op blz. 103 van afl. IV, jg. 1956/57 staat, laat zeer beslist uitkomen, dat de scheve projectie door de commissie gehandhaafd wordt. Waarom ook niet? Als je iets met veel moeite slecht en misvormd kunt tekenen, dan gaat het toch niet aan om iets met minder moeite duidelijk en gemakkelijk te tekenen in een projectie, die precies toont, hoe je het ziet? Liever dus de figuren a dan b, die we hebben laten zien!!

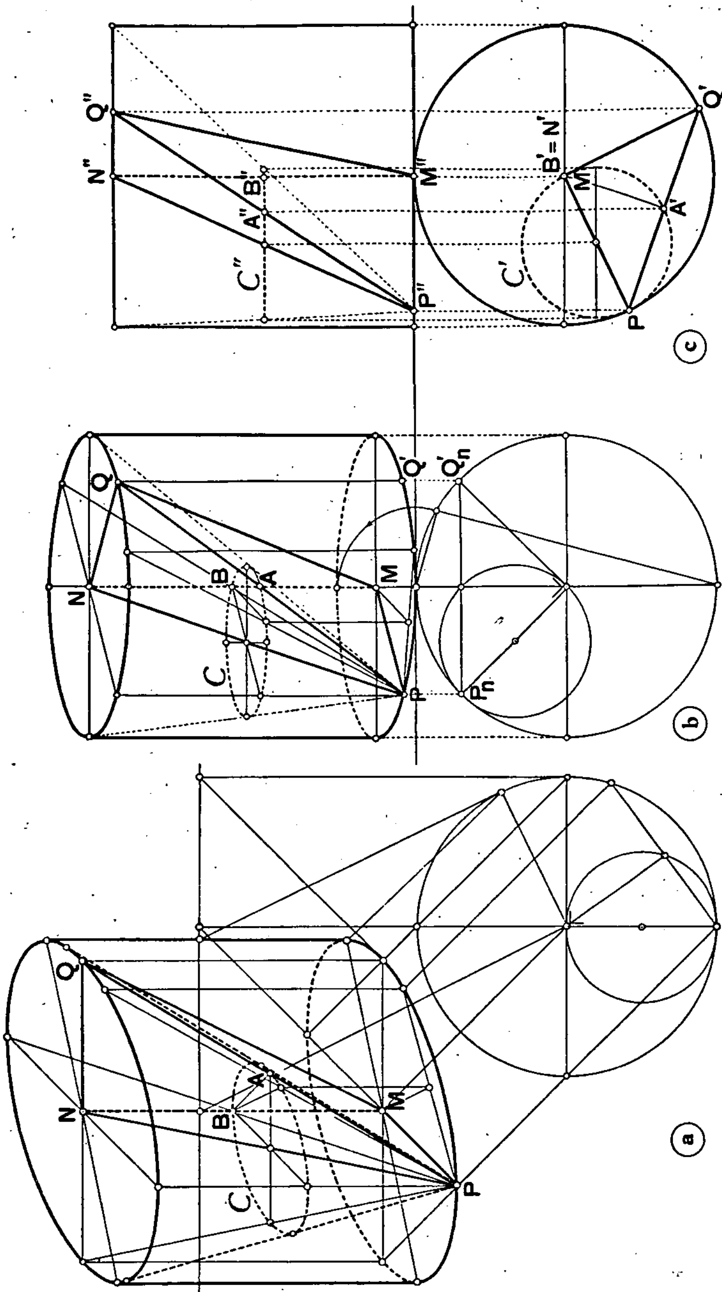


Fig. 19

De commissie werpt me misschien tegen: „maar zo iets hoort niet tot de schoolstof". Zie echter bij de vraagstukken op blz. 140 in dezelfde aflevering, nr. 28, om er maar eens één uit te nemen.

Van een cilinder zijn M *en* N *opvolgend de middelpunten van grond- en bovencirkel. Op de omtrek van de grondcirkel is een punt* P *gegeven* (*n.b. de woorden: „de omtrek van", m.i. weglaten; hetzelfde in de volgende zin en onder c*).

a. Neem op de omtrek van de bovencirkel een punt Q *zo aan, dat* PQ *niet evenwijdig is aan* MN *en construeer*[1]) *op* PQ *een punt* A („een" moet zijn „het") *en op* MN *een punt* B (*id.*) *zo, dat* AB *met* PQ *en* MN *rechte hoeken maakt.*

b. In welke verhouding worden PQ *en* MN *opv. door* A *en* B *verdeeld?*

c. Bepaal de meetkundige plaats van A, *als* Q *de omtrek van de bovencirkel loopt.*

d. Druk de straal van de omgeschreven bol van het viervlak MNPQ *in de straal van de grondcirkel uit, als gegeven is, dat* MP *en* NQ *elkaar loodrecht kruisen en dat* $MN = 2r$ *is.*

e. Druk de inhoud van het viervlak MNPQ *in r uit.*
Aanwijzing. Neem PM $\perp$ *tafereel;* P *verder van het tafereel dan* M; $r = 4$ *cm.;* $\omega = 45°$; $k = \frac{1}{2}\sqrt{2}$.

Het gaat niet om de oplossing; enkel over de figuur. De scheve projectie eist een figuur als 19a[2]); er naast ziet men dezelfde figuur in klinografische projectie; PM echter niet loodrecht op de as van projectie. Op fig. 19c in de projectie van Monge verreweg de eenvoudigste. Monge afschaffen bij het onderwijs en vervangen door de scheve projectie? 19c als te moeilijk en wat men er nog meer op heeft aan te merken en daarvoor 19a? Zie a.u b. ook mijn artikel waarmee jaargang 31 van Euclides geopend werd; titel: „De projectiemethode van Monge toegepast bij de stereometrie"; 7 voorbeelden, waarbij duidelijk blijkt, dat Monge boven alle andere projectiemethoden uitgaat.

Voor „stereometrische figuren" is de beste methode veruit de klinografische projectie; vergelijk de figuren *a* en *b*, die in dit artikel voorkomen; de theorie op zijn hoogst een halve bladzijde met drie figuren.

---

[1]) Hier staat: „construeer". Dat kan alleen op een figuur, die volgens een of andere methode van projectie is gemaakt. Dit is gebeurd op de figuren 19a, b en c.

[2]) Volgens de opvatting van de Wimecos-commissie wordt bij vraagstuk 28 van de stereometrie niet geëist fig. 19a te tekenen. Men kan volstaan met de constructie van de rechten MN en PQ en hun loodrechte snijlijn. (Dit blijkt m.i. niet uit de opgave).

Het vinden van de sterk vereenvoudigde axonometrie, aangeduid als klinografische projectie wegens het hellende tafereel (κλίνειν = doen hellen en γςάφειν = tekenen; zie Prof. Dijksterhuis: Vreemde woorden in de wiskunde) is om zo te zeggen het ei van Columbus. Daardoor is het mogelijk de beste methode voor het maken van stereometrische figuren, de axonometrie, onder het bereik van onze leerlingen te brengen. Een methode met een halve bladzijde theorie met slechts drie figuren. „Simple comme bonjour" volgens de Fransen; „Easy as pie" zeggen de Engelsen. Wij hebben daar geen woorden voor bij mijn weten.

Het aantal lessen, dat thans aan de Monge-projectie wordt besteed is hooguit 50; die heeft men ook wel nodig, om genoeg oefening te hebben voor het eindexamen, dat, zo gaat het nu eenmaal, steeds meer gekunsteld werd.
Hoe lang we werk hebben om de klinografische projectie te behandelen? Voor de theorie is nog niet één les nodig. Voor de oefeningen een stuk of vier, mits men ze leert werken met twee driehoeken.

De klinografische projectie zij een onderdeel van de stereometrie. Er blijven dan lessen over voor een sterk vereenvoudigde Monge-projectie met prisma's, piramiden, prismoiden, cilinders, kegels en bollen; voor uitslagen, kortste verbinding van twee punten op een oppervlak, loodrechte doorsneden, raakvlakken en wat dies meer zij. Deze ziet men allemaal, ook en vooral goed in Monge-projectie.

Moet de projectie-methode van de grootmeester Monge bij het M.O. zijn plaats afstaan aan de scheve projectie, waarop zoveel is aan te merken? In geen geval.

Welke projectie eist de praktijk?

Naar welke tekening werkt de timmerman, de meubelmaker, de smid, de steenhouwer, de loodgieter, de instrumentmaker, enz.? Hoe gebeurt het sinds jaar en dag, niet alleen bij ons, maar over de hele wereld? Hoe doet de middelbare technicus het, hoe de ingenieur?

Altijd met tekeningen, waarop het project is afgebeeld door drie aanzichten (voor-, boven- en zijaanzicht), alle in Monge-projectie.

Als een architect zijn project toont aan de opdrachtgever, dan laat hij op de tekening zien de platte grond, voorgevel, achtergevel, zijgevels, doorsneden, alle in Monge-projectie. Wel zal hij ook nog een perspectief-tekening maken om te laten zien, hoe zijn ontwerp er op een afstand uitziet.

Wordt een machine ontworpen, dan wordt die geheel getekend in Monge-projectie; hetzelfde bij het bouwen van een schip, van een vliegtuig, van een vrachtauto.

Tot slot nog dit. Iets wat vele lezers niet weten.

In jaargang XXII (1934/35) van het Nieuw Tijdschrift voor Wiskunde heb ik een artikel opgenomen onder de titel „Stereometrisch tekenen" 43 blz. met 76 figuren; § 4 daarvan geeft de vereenvoudigde axonometrie, de methode van het hellende tafereel. In dat artikel heb ik voor de hellingshoek genomen $\alpha = \text{bgtg } 5 \approx 79°$; thans $75° = 45° + 30°$ van de tekendriehoeken; even eenvoudig.

De klinografische projectie is dus ruim 20 jaar oud; alweer vergeten, behalve door mijzelf. Toen ik dus in Euclides de scheve projectie zag voorgesteld als leerstof voor het M.O., toen nam ik de pen op om de mooie, uiterst eenvoudige klinografie aan de leraren voor te stellen.

Amsterdam,
Jac. Obrechtstraat 88.
September 1957.

Gaarne hoor ik de mening van leraren over hetgeen ik in dit artikel te berde bracht, moest brengen, in het belang van het onderwijs.

P.S. Ik kreeg in 1955 van Prof. Dr. D. J. Struik (prof. of math. Massachusetts Institution of Technology, Cambridge Mass.) een pres. ex. van diens

Lectures on analytical and projective geometry (1953)

In hoofdstuk 11 zijn de figuren 9 en 12 in klinografische projectie. In de begeleidende brief (11/11/'55) zegt hij:

„Bij het schrijven van de secties over stereometrisch tekenen heb ik van Uw artikel geprofiteerd."

Het boek van Struik wordt aanbevolen voor de akte Wiskunde B.

KORT VERSLAG

VAN DE ALGEMENE LEDENVERGADERING VAN WIMECOS OP 30 DECEMBER 1957 IN HET I.C.C. PAVILJOEN, VONDELPARK, AMSTERDAM.

Om 10.40 opent de voorzitter de vergadering. Allereerst heet hij welkom dr. Monna als vertegenwoordiger van de chef afd. V. H. M. O. van het departement, de inspecteurs Van Dam en dr. Doornenbal, de gasten uit de Benelux: Servais (België) en Gloden (Luxemburg), de vertegenwoordigers van Liwenagel, de Wiskundewerkgroep van de W. V. O., Velines en Velebi. Ook begroet hij het erelid P. Wijdenes. Ons andere erelid de oud-inspecteur Van Andel is om gezondheidsredenen verhinderd aanwezig te zijn. De sekretaris krijgt opdracht hem de groeten en beste wensen van de vergadering over te brengen.

Ook de spreker in de ochtendvergadering, dr. G. Bosteels uit Antwerpen wordt welkom geheten.

Staande herdenkt de vergadering het in 1957 overleden lid dr. W. C. Post, van 1929—1938 de nauwkeurige sekretaris van Wimecos.

In zijn openingswoord wijdt de voorzitter verder veel aandacht aan de gang van zaken met het ontwerp-leerplan 1955. Redelijkerwijze kan nu worden verwacht dat 1 september 1958 het nieuwe leerplan exclusief de statistiek, in de klassen 1, 2 en 3 van de h.b.s. en. 1, 2, 3 en 4 van het gymnasium zal worden ingevoerd. Op 1 september 1959 zal het dan van kracht worden voor klas 4-B van de h.b.s. en 5-B van het gymnasium, op 1 september 1960 voor 5-B van de h.b.s. en 6-B van het gymnasium. In 1961 kan dan het eindexamen h.b.s. en gymnasium volgens het nieuwe programma worden afgenomen.
Ook wijdt hij enige aandacht aan het nieuwe wetsvoorstel waarbij o.a. de mechanica op de h.b.s. zal komen te vervallen. We mogen in ieder geval verwachten dat twee van de vier vrijkomende uren bij de natuurkunde zullen komen, terwijl overwogen wordt om van de twee overige uren er één beschikbaar te stellen — facultatief — om leraren, die dit wensen in klas 4 een uur statistiek te doen geven, terwijl het vrije uur in klas 5 bij de kosmografie zal kunnen worden ondergebracht.

Na dit openingswoord worden achtereenvolgens de notulen van de vorige jaarvergadering, het jaarverslag van de sekretaris, van de penningmeester, het verslag van de kascommissie en van de redactie van Euclides uitgebracht en onveranderd goedgekeurd. N.a.v. het verslag van de leesportefeuille, dat een tekort van ruim *f* 53.— vertoont, spreekt de voorzitter enige woorden om de leden op te wekken zich voor deze portefeuille op te geven. Anders dreigt opheffing. Vier leden geven zich op. Er wordt verder nog besloten een nomenclatuurcommissie in te stellen onder voorzitterschap van dr. Vredenduin. Bij de bestuursverkiezing worden de aftredende bestuursleden Brinkman en Hufferman bij acclamatie herkozen.

Daarna houdt dr. Bosteels uit Antwerpen zijn voordracht over: Het verplichte wiskundeonderwijs in de hoogste leerkring in België. Deze voordracht wordt in Euclides afgedrukt. Nadat de heer Gloden uit Luxemburg de vergadering heeft toegesproken, wordt de vergadering tot half drie geschorst.

Na heropening heet de voorzitter de spreker in de middagvergadering, Prof. Minnaert, hartelijk welkom. Nadat nog de heer Servais gelegenheid gehad heeft de vergadering toe te spreken, houdt prof. Minnaert zijn voordracht over: Het onderwijs in de Kosmografie. Ook deze voordracht wordt in Euclides gepubliceerd.

Nadat de gasten voor de uitnodiging hebben bedankt, sluit de voorzitter om ongeveer half vijf de vergadering.

De Sekretaris van Wimecos.

DE EENHEDEN IN DE NATUURKUNDE EN DE MECHANICA

In juli 1957 hebben de inspecteurs over het bovenstaande onderwerp het volgende meegedeeld aan de rectoren en directeuren.

Onder verwijzing naar het rapport van de eenhedencommissie-1955 (Faraday, 25e jaargang, nr. 7, en Euclides, 32e jaargang, nr. III), deel ik U mee dat het college van inspecteurs instemt met de conclusies 1 en 2 van dit rapport.

Bij het natuurkunde-onderwijs in de bovenbouw en bij het onderwijs in de mechanica zal dus in de komende jaren tot het gebruik van het gerationaliseerde m.kg.s.A-stelsel (praktische stelsel) moeten worden overgegaan, daar vanaf een nader te bepalen jaar de gegevens voor numerieke vragen bij de schriftelijke eindexamens in het genoemde stelsel vermeld zullen worden met dien verstande dat de kennis van andere eenheden beperkt zal kunnen blijven tot die welke in het rapport vermeld zijn onder II B3. Het ligt in de bedoeling daarbij de omrekeningsfactoren steeds mede te geven.

Daar de meeste leerboeken nog niet op het gebruik van het praktische stelsel zijn ingesteld, zullen gedurende de overgangstermijn de gegevens voor numerieke vragen zodanig verstrekt worden dat een oplossing mogelijk is zowel voor de eindexaminandi, die reeds in dit stelsel onderwezen zijn als voor hen met wie dit nog niet het geval is.

De inspectie acht een langere overgangstermijn noodzakelijk dan in conclusie 3 van het rapport genoemd wordt. Zodra dit mogelijk is, zal worden medegedeeld wanneer de overgangstermijn eindigt.

CONFERENTIE OVER AUTOMATISERING

Door het C.B.O. (Contactcentrum Bedrijfsleven — Onderwijs) zijn op 24 en 25 oktober 1957 in Den Haag en in Leidsendan (Dr. Neher-laboratorium van de P.T.T.) studiedagen voor leraren in wis- en natuurkunde georganiseerd over het onderwerp *„rekenmachines”*. De conferentie stond onder leiding van de heer S. Roodenburg, secretaris van de Raad van Leraren. Inleidingen werden gehouden door de heren prof. dr. ir. R. M. M. Oberman, ir. C. H. Eversdijk, ir. P. L. M. van Berckel en dr. M. Euwe.

In de slotvergadering werden de volgende conclusies na discussie geaccepteerd.

1. Het lijkt wenselijk in de onderbouw van het V.H.M.O. de structuur van ons getallenstelsel niet alleen te ervaren aan de hand van het tien-talligstelsel, maar ook naar aanleiding van andere talstelsels, in het bijzonder het binaire stelsel.

2. Voor de bovenbouw lijkt het nog niet gewenst om een inleiding tot de algebra van Boole en tot de formele logica in het verplichte leerprogramma op te nemen.

3. Het wordt wel van belang geacht dat de leraar wiskunde V.H.M.O. gedurende de opleiding voor zijn ambt kennis maakt met de belangrijkste toepassingen van de wiskundige wetenschap, o.a. met aard en werkwijze van automatische rekenmachines.

NOMENCLATUURCOMMISSIE

Door Wimecos en Liwenagel is ingesteld een Nomenclatuurcommissie, die zich bezig zal houden met de nomenclatuur in de schoolwiskunde. De commissie bestaat uit de heren M. G. H. Birkenhäger, Dr. L. N. H. Bunt, D. Leujes, Dr. P. G. J. Vredenduin en Dr. J. H. Wansink, terwijl het de bedoeling is later nog iemand uit het hoger onderwijs te verzoeken zitting te nemen. De commissie stelt er prijs op, dat zoveel mogelijk wiskundeleraren opmerkingen op het gebied van de nomenclatuur, die van belang kunnen zijn, haar doen toekomen. Zoudt U deze opmerkingen willen zenden aan Dr. P. G. J. Vredenduin, Bakenbergseweg 158, Arnhem?

KALENDER

Mededelingen voor deze rubriek kunnen in het volgende nummer worden opgenomen, indien zij binnen drie dagen na het verschijnen van dit nummer worden ingezonden bij de redactie-secretaris, Kraneweg 71 te Groningen.

VOORDRACHTEN MATHEMATISCH CENTRUM

Wij vestigen de aandacht op de volgende voordrachten:

Serie: "Elementaire onderwerpen van hoger standpunt belicht", telkens in het Mathematisch Centrum, 2de Boerhaavestraat 49 te Amsterdam, om 20.00 uur.

woensdag 19 maart 1958 Prof. Dr. P. Mullender: Over kettingbreuken.

woensdag 16 april 1958 Prof. Dr. B. Meulenbeld: Oneindige exponentialen.

woensdag 14 mei 1958 Prof. Dr. N. G. de Bruijn: De reeks van Taylor en soortgelijke reeksen.

Serie: "Actualiteiten", telkens in Krasnapolsky, Warmoesstraat 173—179 te Amsterdam, om 14.00 uur.

zaterdag 29 maart 1958 Mejuffrouw C. van Eeden: Maximaliseren van een functie in een convex gebied.

zaterdag 26 april 1958 C. S. Scholten: Error detecting en error correcting codes.

zaterdag 31 mei 1958 nog in bespreking.

WISKUNDE-WERKGROEP DER W.V.O.

Zaterdag 8 maart 1958, 15 uur, Physisch laboratorium, Bijlhouwerstraat 6, Utrecht: Mr. Ir. M. Goote, inspecteur-generaal van het onderwijs, over „Wis- en natuurkunde in het voortgezet onderwijs". Alle belangstellenden zijn welkom.